УДК 165.3:122

ОТВЕТ ОППОНЕНТАМ

И. В. Берестов
Институт философии и права СО РАН (г. Новосибирск)
berestoviv@yandex.ru

Аннотация. В настоящей статье я отвечаю на критические замечания оппонентов. Приводятся несколько мысленных экспериментов с «джинном Бенацеррафа», показывающих, что при некоторых обстоятельствах у нас имеются основания для признания, что движущийся объект существует то во времени и пространстве, то вне времени и пространства. Контринтуитивность «мерцающего существования» (или «двойной онтологии») может быть использована как довод в пользу неприемлемости допущений о свойствах времени и пространства, используемых в расселовской теории движения.

Ключевые слова: теория движения Б. Рассела, П. Бенацерраф, континуум, открытые интервалы, парадоксы Зенона, парадокс *Стрела*, парадокс *Дихотомия*.

Для цитирования: Берестов, И. В. (2022). Ответ оппонентам. *Respublica Literaria.* Т. 3. № 4. С. 75-98. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.75-98

A REPLY TO THE CRITICS

I. V. Berestov
Institute of Philosophy and Law SB RAS (Novosibirsk)
berestoviv@yandex.ru

Abstract. In this paper, I answer the critical remarks of opponents. I consider several thought experiments with "Benacerraf's genie". Those thought experiments show that under certain circumstances we have good reasons for recognizing that a moving object exists in time and space and outside of them in turn, demonstrating "twinkling existence". The counterintuitiveness of "twinkling existence" (or "double ontology") can be used as an argument in favor of the unacceptability of the assumptions about the properties of time and space used in Russell's theory of motion.

Keywords: B. Russell's theory of motion, P. Benacerraf, continuum, open intervals, Zeno's Paradoxes, the *Arrow* Paradox, the *Dichotomy* Paradox.

For citation: Berestov, I. V. (2022). A Reply to the Critics. *Respublica Literaria.* Vol. 3. no. 4. pp. 75-98. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.75-98

Полагаю, что дискуссия выявила живой интерес к обсуждению парадоксов, являющихся наследниками апорий Зенона Элейского. Это очень отрадно, и я думаю, что изучение таких тем крайне интересно и способствует развитию современных технических средств философии для решения классических философских проблем. Благодарю всех участников дискуссии! Надеюсь, что исследование и обсуждение этой темы будет продолжено.

1. Критические замечания Е. В. Борисова

В **реплике Е. В. Борисова** [Борисов, 2022] содержится наиболее интересная критика моего подхода. В разделе «1. Ахиллес и Гектор встретились» Е. В. Борисов утверждает, что вывод в разделе «6. *Парадокс встречного движения*» моей первой статьи в настоящем номере журнала [Берестов, 2022] допущена ошибка в выводе тезиса, что Ахиллес и Гектор, двигающиеся навстречу друг другу, не встретятся, если описание их движения подпадает под положение (RM_{mi}) [Берестов, 2022]. Вынужден признать, что эта критика совершенно справедлива, мой вывод действительно основывается на неустранимой ошибке. Таким образом, следует признать, что ничего не мешает Ахиллесу и Гектору встретиться. Никакого «парадокса встречного движения» не существует.

Однако ниже я постараюсь показать, что признание положения (RM_{mi}) (упоминаемые в котором невырожденные интервалы бесконечно делимы) приводит к весьма контринтуитивным следствиям. Считать их «парадоксальными» или нет – дело вкуса, но я по-прежнему считаю, что такие следствия бросают тень на «стандартную» – с интервалами, на которых лежат точки, соответствующие действительным числам, – концептуализацию движения, и стимулируют нас к поиску «нестандартных» концептуализаций движения, таких, как основывающиеся на «нестандартном анализе», упоминавшемся в [Берестов, 2022], или на «бесточечной геометрии» А. Н. Уайтхеда, которую использовал в своём отклике О. А. Доманов [Доманов, 2022], или на поле p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$, используемых вместо обычного множества действительных чисел $\mathbb{R}$; в последнем случае, если пространство, в котором осуществляется движение, описывается через поле p-адических чисел, то такое пространство не является бесконечно делимым, и парадоксов Зенона и сходных с ними парадоксов, в которых предполагается бесконечная делимость пространства, в нём не возникает [Лурье, 2022].

В соответствии с разделом «2. Двойная онтология избыточна» из [Борисов, 2022], предлагаемая мною «двойная онтология» (т. е. онтология, в которой признаются два способа существования движущегося объекта: обычного – во времени и пространстве, и необычного – вне времени и пространства) избыточна, поскольку в [Берестов, 2022] не приведены достаточные основания для её принятия. Как пишет Е. В. Борисов в разделе «2. Двойная онтология избыточна» из [Борисов, 2022],

> «… постулат Берестова, что такие состояния существуют, требует отдельной аргументации, которой в статье нет. Таким образом, «двойная онтология» не получает в обсуждаемой статье достаточного основания».

Признаю, что основания, приведённые в [Берестов, 2022] можно оспорить. В настоящей статье я попытаюсь привести новые основания, и, *eo ipso*, показать, что мой «постулат» о «двойной онтологии» в действительности является не постулатом, а обосновываемым тезисом.

Сначала попытаюсь ясно изложить ту задачу, решить которую требует от меня Е. В. Борисов. Насколько я понял Е. В. Борисова, в моей статье не приведено доказательство следующего тезиса: описать рассматриваемый в моей статье объект невозможно, если этому объекту не приписывать существование вне пространства и времени. А раз эта невозможность не доказана, то нет нужды усложнять онтологию, приписывая объектам, помимо обычного существования, ещё и существование вне пространства и времени. Я намерен представить это рассуждение Е. В. Борисова (насколько я его понял) в более развёрнутом виде в следующем разделе 1.1.

1.1. Первая история с ДБ

В разделе «3. Обоснование возможности для объекта пройти открытый интервал, но не пройти его замыкание у П. Бенацеррафа» из [Берестов, 2022] рассматривается единственный пример – с демоном Бенацеррафа (ДБ). ДБ, в соответствии с историей П. Бенацеррафа, существует в любой момент времени временнóго интервала [0 с, 1 с) и не существует после 1 с включительно. Кроме того, за время своего существования ДБ проходит с постоянной скоростью интервал [0 м, 1 м). Этот пример я буду называть ниже «Первой историей с ДБ».

Далее (с первой по третью историях с ДБ, но не в четвёртой истории) я буду рассматривать ДБ не как обыденный и интуитивно понятный объект (хотя и точечный – для простоты), а как некоторую совокупность, или мереологическую сумму (fusion), проявлений ДБ на временных интервалах из множества $S_{[0\,с,\,1\,с]}$, на которых ДБ существует (= имеет проявление). ДБ существует (= имеет проявление) на временнóм интервале тттк[1] ДБ существует в каждый момент времени из этого интервала. Множество $S_{[0\,с,\,1\,с]}$ содержит интервал [0 с, 1 с] и все строго вложенные в него связные интервалы, начинающиеся с 1 с включительно. Также можно сказать, что что ДБ есть индексированное множеством индексов $S_{[0\,с,\,1\,с]}$ семейство множеств: ДБ=$(A_i)_{i\in S[0\,с,\,1\,с]}$. Множества A_i являются элементами индексированного семейства множеств $(A_i)_{i\in S[0\,с,\,1\,с]}$, множество $S_{[0\,с,\,1\,с]}$ является множеством индексов индексированного семейства множеств $(A_i)_{i\in S[0\,с,\,1\,с]}$. Каждое A_i есть проявление ДБ на временнóм интервале i, т. е. наше семейство множеств является семейством синглетонов. Также A_i можно рассматривать как значение частичной функции BD от временных интервалов к проявлению объекта, релятивизированному к этому интервалу, или к проявлению объекта, индексированного этим интервалом, или к проявлению объекта на этом интервале. Частичная функция BD определена только на тех временных интервалах из множества $S_{[0\,с,\,1\,с]}$, на которых ДБ существует.

В соответствии с рассматриваемой историей, ДБ, релятивизированный к временнóму интервалу [0 с, 1 с), предстаёт в виде BD([0 с, 1 с)). Это положение можно сформулировать и другими способами: ДБ на временнóм интервале [0 с, 1 с) проявляет себя как BD([0 с, 1 с)); BD([0 с, 1 с)) есть проявление (инстанциация) ДБ на временнóм интервале [0 с, 1 с). В соответствии с рассматриваемой историей, ДБ прошёл за временнóй интервал [0 с, 1 с) пространственный интервал [0 м, 1 м). Это означает, что ДБ, релятивизированный к временнóму интервалу [0 с, 1 с), имеет свойство «пройти пространственный интервал [0 м, 1 м)». Иначе говоря, проявление БД на временнóм интервале [0 с, 1 с) имеет это свойство. Если это свойство обозначить через P, то в соответствии с рассматриваемой историей можно записать следующие положения:

[1] Здесь и далее «тттк» означает «тогда и только тогда, когда».

(H1.1) ДБ прошёл за временно́й интервал [0 с, 1 с) пространственный интервал [0 м, 1 м).

(H1.2) *P*(*BD*([0 с, 1 с))) тттк ДБ прошёл за временно́й интервал [0 с, 1 с) пространственный интервал [0 м, 1 м).

Из положений (H1.1) и (H1.2) следует:

(H1.3) *P*(*BD*([0 с, 1 с))).

Об удовлетворяющем условию (H1.3) *BD* ([0 с, 1 с) ***нельзя сказать***, что оно существует в какой-либо момент времени и в какой-либо точке пространства. Но из этого ***не выводится***, что удовлетворяющее условию (H1.3) *BD* ([0 с, 1 с) существует вне времени и вне пространства. Вполне может быть, что *BD* ([0 с, 1 с) не существует ни одним из указанных способов – ни во времени и пространстве, ни вне времени и пространства. В последнем случае ***ситуация*** с исчезающим *BD* ([0 с, 1 с) ***описывается столь же хорошо***, что и при допущении, что удовлетворяющее указанному условию *BD* ([0 с, 1 с) существует вне времени и пространства. Таким образом, как верно заключает Е. В. Борисов в разделе «2. Двойная онтология избыточна», для признания того, что *BD* ([0 с, 1 с), удовлетворяющее указанному условию, существует (хотя и вне времени и пространства).

Попытаюсь записать в общем виде критерий для признания объекта, обладающего определёнными характеристиками, существующим. Этот критерий, вероятно, подразумевается Е. В. Борисовым в представленной выше моей трактовке его рассуждения из [Борисов, 2022].

(CrE) Имеются достаточные основания для признания объекта *o*, обладающего определёнными характеристиками, существующим тттк непонятно, как описать некоторую ситуацию без признания объекта *o*, обладающего этими характеристиками, существующим.

В рассматриваемой истории истинно также и следующее положение:

(H1.4) Если *P* (*BD* ([0 с, 1 с))), то *BD* ([0 с, 1 с)) не существует во времени и пространстве.

Из (H1.3) и (H1.3) следует:

(H1.5) *BD* ([0 с, 1 с)) не существует во времени и пространстве.

Наконец, в рассматриваемой истории истинно следующее положение:

(H1.6) *BD* ([0 с, 1 с]) не существует ни во времени и пространстве, ни вне времени и пространства.

Рассмотрим также следующее положение:

(¬E) *BD*([0 с, 1 с)) не существует ни во времени и пространстве, ни вне времени и пространства.

Интересующий нас вопрос заключается в следующем: можно ли переописать ситуацию, представленную в рассматриваемой истории (в исходном описании этой ситуации присутствует (H1.3)) так, чтобы не признавать, что объект *BD*([0 с, 1 с)) существует (в исходном описании ситуации существовать он может только вне времени и пространства), а значит так, чтобы новое описание было совместимо с (¬E)? Если этого сделать не удастся, то по (CrE) придётся признать, что имеются достаточные основания для признания объекта *BD*([0 с, 1 с)) существующим вне времени и пространства. Замечу, что в обсуждаемом переописании ситуации объект *BD*([0 с, 1 с)) с теми характеристиками, которые он имеет в исходном описании ситуации, должен отсутствовать, ведь в исходном описании ситуации объект *BD*([0 с, 1 с)) существует вне времени и пространства.

Чтобы ответить на интересующий нас вопрос, необходимо записать истинностные условия для (H1.3) и выяснить, подразумевают ли они требование для *BD*([0 с, 1 с)) существовать вне времени и пространства. Как кажется, весьма естественно было бы принять следующие истинностные условия для (H1.3):

(TC1) *P*(*BD*([0 с, 1 с))) тттк в любой момент времени *t* из [0 с, 1 с) ДБ находился в точке пространства *x* из [0 м, 1 м), $x=t^2$.

Положение (¬E) совместимо с положением, которое, по (TC1), эквивалентно положению (H1.3), но обходится без использования *BD*([0 с, 1 с)). Значит, (H1.3) в рассматриваемой истории может быть истинным и без признания *BD*([0 с, 1 с)) существующим (а существовать *BD*([0 с, 1 с)) могло бы только вне времени и пространства). Положение (H1.5) также совместимо с (¬E) и может быть истинным без признания *BD*([0 с, 1 с)) существующим вне времени и пространства. То же можно сказать и о других положениях рассматриваемой истории. Это означает, что (CrE) не поможет сделать вывод о том, что имеются достаточные основания для признания *BD*([0 с, 1 с)) существующим вне времени и пространства.

1.2. Вторая история с ДБ

Поскольку вышеприведённый пример с ДБ не может представить оснований для принятия «двойной онтологии», рассмотрю другой пример. Пусть имеется два демона – уже известный нам ДБ и ДБ2. ДБ намеревается пройти пространственный интервал [0 м, 1 м] (двигаясь равномерно по этому интервалу) за временнóй интервал [0 с, 1 с], и, в отличии

[2] Подразумевается, что интервалы [0 с, 1 с) и [0 м, 1 м) являются бесконечно делимыми (т. е. плотными) и связными.

от первой истории, не собирается исчезать. ДБ2 воздвиг непроницаемую для ДБ стену в точке 1 м в момент времени 0 с, блокирующую прибытие ДБ1 в точку 1 м. Эта стена существует, начиная с момента 0 с, и будет существовать, пока ДБ2 её не уничтожит. ДБ2 решает сделать так, чтобы стена не существовала с момента 1 с включительно, если ДБ пройдёт пространственный интервал [0 м, 1 м) за временно́й интервал [0 с, 1 с). Позволит ли ДБ2 ДБ оказаться в пространственной точке 1 м в момент времени 1 с?

Очевидно, позволит. Действительно, в соответствии со второй историей истинны все положения (H1.1) – (H1.5) и (TC1), истинные в первой истории, и истинно также следующее положение:

(H2.1) *P*(*BD*([0 с, 1 с))) тттк ДБ2 позволит ДБ оказаться в пространственной точке 1 м в момент времени 1 с.

Из (H1.3) и (H2.1) следует положение:

(H2.2) ДБ2 позволит ДБ оказаться в пространственной точке 1 м в момент времени 1 с.

Положения (H2.1) и (H2.2), содержащие *BD*([0 с, 1 с)), по (TC1), эквивалентно переписываются в виде положений, которые не содержат *BD*([0 с, 1 с)) и,, очевидно, совместимы с (¬E), а значит (CrE), как и в первой истории, не поможет сделать вывод о том, что имеются достаточные основания для признания *BD*([0 с, 1 с)) существующим вне времени и пространства.

1.3. Третья история с ДБ

Пусть ДБ намеревается пройти пространственный интервал [0 м, 1 м] (двигаясь равномерно по этому интервалу) за временно́й интервал [0 с, 1 с], и не собирается исчезать. Как и во второй истории, в третьей истории выполнены (H1.1) – (H1.5) и (TC1). Как и во второй истории, ДБ2 воздвиг непроницаемую для ДБ стену в точке 1 м в момент времени 0 с, блокирующую прибытие ДБ в точку 1 м. Эта стена существует, начиная с момента 0 с, и будет существовать пока ДБ2 её не уничтожит. ДБ2 решает сделать так, чтобы стена не существовала с момента 1 с включительно, если *BD*([0 с, 1 с)), обладает убеждением:
(¬M) Любое сущее неподвижно.

Таким образом, в третьей истории истинно следующее положение:

(H3.1) ДБ2 позволит ДБ оказаться в пространственной точке 1 м в момент времени 1 с тттк $\mathbf{BEL}_{BD([0\text{ с},\,1\text{ с}))}$ (¬M).

Пусть в третьей истории *BD*([0 с, 1 с)) действительно обладает убеждением (¬M):

(H3.2) $\mathbf{BEL}_{BD([0\text{ с},\,1\text{ с}))}$ (¬M).

Из (H3.1) и (H3.2) следует положение:

(H3.3) ДБ2 позволит ДБ оказаться в пространственной точке 1 м в момент времени 1 с.

Но убеждения ДБ непостоянны. ДБ, прошедший каждый пространственный интервал, строго вложенный в интервал [0 м, 1 м), за какой-либо временно́й интервал, не обладает убеждением (¬M), а, напротив, обладает убеждением:

(M) Некоторые сущие движутся.

Таким образом, в третьей истории выполнено также и следующее положение:

(H3.4) $(\forall I)[\{I \in S_{[0\,\text{с},\,1\,\text{с}]}\ \&\ I \subsetneq [0\,\text{с},\,1\,\text{с})\} \rightarrow \mathbf{BEL}_{BD(I)}\,(\text{M})]$.

Допустим также, что убеждения $BD([0\,\text{с},\,1\,\text{с}))$ непротиворечивы, из чего следует положение:

(H3.5) $[\mathbf{BEL}_{BD([0\,\text{с},\,1\,\text{с}))}\,(\neg\text{M})] \rightarrow \neg\mathbf{BEL}_{BD([0\,\text{с},\,1\,\text{с}))}\,(\text{M})$.

Позволит ли ДБ2 ДБ оказаться в пространственной точке 1 м в момент времени 1 с?

Очевидно, позволит: ДБ удовлетворяет достаточным условиям для того, чтобы ДБ2 его пропустил.

Имеются ли в третьей истории достаточные основания для утверждения, что $BD([0\,\text{с},\,1\,\text{с}))$ существует во времени и пространстве?

Можно попытаться отрицать, что такие основания имеются, используя тот же способ рассуждения, что и в предыдущих историях. Можно попытаться записать положение, эквивалентное (H3.2) по аналогии с (TC1), так, чтобы в этом положении отсутствовало $BD([0\,\text{с},\,1\,\text{с}))$, что делало бы это положение совместимым с (¬E). Но записать нечто похожее на (TC1) в данном случае невозможно. Действительно, таким положением (записанном в общем виде) могло бы быть:

(TC2) Для любой пропозиции p $\mathbf{BEL}_{BD([0\,\text{с},\,1\,\text{с}))}\,p$ тттк в любой момент времени t из $[0\,\text{с},\,1\,\text{с})$ $\mathbf{BEL}_{BD([0\,\text{с},\,t\,\text{с}])}\,p$.

Положение (TC2) не выглядит правдоподобным. Из него следует, что в представленное описание третьей истории (H3.2) противоречиво, поскольку в нём (по (TC2), (H3.3), (H3.5)) принимается и $\neg\mathbf{BEL}_{BD([0\,\text{с},\,1\,\text{с}))}\,(\text{M})$, и $\mathbf{BEL}_{BD([0\,\text{с},\,1\,\text{с}))}\,(\text{M})$. Между тем, кажется, что демон способен свободно выбирать убеждения на любом временно́м интервале, вне зависимости от своих убеждений на других временных интервалах. Кроме того, (TC2) не помогает определить $\mathbf{BEL}_{BD([0\,\text{с},\,1\,\text{с}))}\,p$, если на различных замкнутых интервалах ДБ придерживается различных убеждений. Итак, непонятно, как описать третью историю без признания $BD([0\,\text{с},\,1\,\text{с}))$ существующим (а существовать оно может только вне пространства и времени): нам не удалось так перефразировать эту историю, чтобы существование $BD([0\,\text{с},\,1\,\text{с}))$ не подразумевалось. Из этого, по (CrE), следует, что имеются достаточные основания для признания $BD([0\,\text{с},\,1\,\text{с}))$ существующим (а значит, по (H1.5), существующим вне времени и пространства).

Приведённое рассуждение основывается на истинности и осмысленности (Н3.2). Философ, не согласный с полученным выводом, что имеются достаточные основания для признания *BD*([0 с, 1 с)) существующим вне времени и пространства, мог бы возразить, что (Н3.2) бессмысленно, поскольку для него нет истинностных условий, которые выражали бы (Н3.2) через те характеристики ДБ, которыми ДБ обладает на моментах из временнóго интервала [0 с, 1 с) (или на замкнутых в конце временных интервалах, заканчивающихся моментами времени, принадлежащими интервалам; такие интервалы находятся во взаимно-однозначном соответствии с этими моментами). Однако требование к (Н3.2) иметь такие истинностные условия ни на чём не основано. В сущности, это требование означает запрет для объекта на открытом с конца временнóм интервале иметь характеристики, которые нельзя выразить через его характеристики на моментах этого временнóго интервала. Но это – по (CrE) – делает невозможным наличие достаточных оснований для признания этого объекта существующим вне времени и пространства. Таким образом, философ, прибегающий к описанной аргументации, уже заранее отвергает любые достаточные основания для признания этого объекта существующим вне времени и пространства. Его аргументация использует *petitio principii*, и дискуссия с ним была бы бесполезной.

1.4. Четвёртая история с ДБ

Четвёртая история показывает, что обоснование вневременного и внепространственного существования, удовлетворяющего некоторым условиям ДБ, может быть изложено более просто, без использования специфической онтологии, описанной выше и включающей проявления ДБ на временных интервалах. Пусть ДБ2 стремится воспринять от ДБ значение числа π, вычисляемое ДБ следующим образом: в точке 0 м ДБ узнаёт, что до запятой в десятичном представлении числа π находится цифра 3; пока он идёт по интервалу (0 м, 1/2 м], он вычисляет первую после запятой цифру в десятичном представлении числа π (т. е. 1), пока он идёт по интервалу (1/2 м, 3/4 м], он вычисляет вторую после запятой цифру в десятичном представлении числа π (т. е. 4), и т. д. Как и в первой истории, ДБ собирается не существовать каким-либо способом после 1 с включительно. ДБ собирается передать ДБ2 полностью вычисленное значение числа π с помощью одного и только одного действия передачи.

Получит ли ДБ2 значение числа π от ДБ? Как кажется, получит. Но для этого ДБ, прошедший пространственный интервал [0 м, 1 м) за временнóй интервал [0 с, 1 с), но не прошедший пространственный интервал [0 м, 1 м] за временнóй интервал [0 с, 1 с], должен передать ДБ2 значение числа π. А это значит, что такой ДБ должен каким-то способом существовать. И невозможно редуцировать утверждение о существовании такого (передающего с помощью одного и только одного действия передачи значение числа π) ДБ, как утверждение о свойствах ДБ в моменты его прохождения временнóго интервала [0 с, 1 с): в эти моменты ДБ, конечно, знает некоторые цифры в десятичном представлении числа π, но ***ни разу не передаёт*** значение числа π, даже неточное.

Следовательно, по (CrE) у нас имеются достаточные основания для признания ДБ, прошедшего пространственный интервал [0 м, 1 м) за временно́й интервал [0 с, 1 с), но не прошедшего пространственный интервал [0 м, 1 м] за временно́й интервал [0 с, 1 с], существующим: ведь непонятно, как описать некоторую ситуацию, в которой ДБ, удовлетворяющий указанному условию, один раз передаёт значение числа π, без признания ДБ, удовлетворяющего указанному условию, существующим. Но не существует ни одного момента времени и ни одной точки пространства, таких, что можно было бы сказать, что такой ДБ существует в этом моменте времени и в этой точке пространства. Следовательно, у нас имеются достаточные основания для признания ДБ, удовлетворяющего указанному условию, существующим вне времени и пространства.

Вопрос о том, каким именно способом ДБ, удовлетворяющий указанному условию и не находящийся ни во времени, ни в пространстве, ухитряется мыслить и передавать информацию ДБ2, сейчас не важен. Описанный ДБ может удовлетворять каким-то теориям мышления, познания и взаимодействия познающих субъектов, и не удовлетворять другим теориям. Цель четвёртой истории состоит не в том, чтобы проанализировать такие теории, а в том, чтобы выполнить требование Е. В. Борисова и предложить достаточные основания для существования вне времени и пространства ДБ, прошедшего пространственный интервал [0 м, 1 м) за временно́й интервал [0 с, 1 с), но не прошедшего пространственный интервал [0 м, 1 м] за временно́й интервал [0 с, 1 с]. В первой истории, приведённой в настоящей статье и которую я начал рассматривать уже в предыдущей статье [Берестов, 2022], таких оснований представлено не было, и четвёртая история, отвечая на критику Е. В. Борисова из [Борисов, 2022], восполняет этот пробел. Аналогичную функцию выполняет и третья история, в которой используется более сложный язык и более сложная онтология, что позволяет обсуждать универсальное (и, на мой взгляд, довольно правдоподобное) утверждение, что точечный объект, имеющий свойства на открытом с конца временно́м интервале (или релятивизированный к этому интервалу как к целому, а не к определённому моменту из этого интервала), существует вне времени и пространства (в том смысле, что точечный объект не имеет точки пространства и момента времени, характеризующих его положение в пространстве и времени). Эти рассуждения позволяют обосновать «двойную онтологию» (для некоторых, но не для всех историй, в которых имеется движущийся объект и разводится прохождение открытого интервала и его замыкания). На отсутствие должного обоснования этой онтологии в [Берестов, 2022] обратил внимание Е. В. Борисов в [Борисов, 2022].

1.5. О «двойной онтологии» П. Бенацеррафа

В заключительном разделе своего отклика «3. Бенацерраф и Берестов разминулись» из [Борисов, 2022] Е. В. Борисов пишет:

> «… Бенацерраф обсуждает следующую ситуацию: Аладдин повелевает джинну пройти интервал [0, 1), не оказавшись в точке 1, и джинн это делает. Для простоты допустим, что джинн начинает движение в момент 0 и движется со скоростью 1 единица длины в 1 единицу времени, т.е. для любого x в интервале [0, 1) джинн в момент x находится

> в точке *x*. П. Бенацерраф ставит вопрос: где находится джинн в момент 1? Один из возможных для П. Бенацеррафа ответов гласит: «нигде» [Benacerraf, 2001, p. 116]. И. В. Берестов интерпретирует этот ответ в смысле «вне пространства и времени», тем самым приписывая П. Бенацеррафу «двойную онтологию». Я хочу возразить против этой интерпретации».

По поводу этого возражения Е. В. Борисова (излагаемого в [Борисов, 2022] ниже) у меня есть два незначительных замечания. Во-первых, я нигде ***не*** приписывал П. Бенацеррафу «двойную онтологию» и нигде ***не*** писал, что джинн у П. Бенацеррафа (или демон Бенацеррафа – как я предпочитаю выражаться) существует вне пространства и времени, так что возражать здесь Е. В. Борисову, увы, не на что. В своей статье [Benacerraf, 2001] П. Бенацерраф просто не делает никаких утверждений о том, каким способом существует джинн, прошедший пространственный интервал [0 м, 1 м) за временнóй интервал [0 с, 1 с), но не прошедший пространственный интервал [0 м, 1 м] за временнóй интервал [0 с, 1 с]. Также такие утверждения не выводятся из того, что написано в [Benacerraf, 2001]. Во-вторых, Е. В. Борисов (ниже приведённой выше цитаты из [Борисов, 2022]), пытаясь опровергнуть отсутствующую в моей статье интерпретацию позиции П. Бенацеррафа по поводу способа существования джинна, неточно излагает рассуждения самого П. Бенацеррафа. Теперь немного подробнее об этом.

П. Бенацерраф [Benacerraf, 2001] стремится опровергнуть тезис Дж. Томсона из [Thomson, 2001], что «выполнение бесконечной последовательности действий» является самопротиворечивым понятием. В ходе этого опровержения (в анализ которого нам сейчас нет необходимости вдаваться) П. Бенацерраф доказывает, что ДБ (не существующий в точке 1 м) может побывать в каждой точке из *Z*-последовательности точек, имеющих координату в 0, ½, ¾, … м, но не оказаться в точке 1 м. Точно так же ДБ может пройти пространственный интервал [0 м, 1 м), но не оказаться в точке 1 м. С этой историей вполне ***совместимо***, что ДБ, прошедший пространственный интервал [0 м, 1 м) за временнóй интервал [0 с, 1 с), но не прошедший пространственный интервал [0 м, 1 м] за временнóй интервал [0 с, 1 с], не существует никаким способом. И также с ней ***совместимо***, что такой ДБ существует вне времени и вне пространства. Именно это я и утверждал в разделе «3. Обоснование возможности для объекта пройти открытый интервал, но не пройти его замыкание у П. Бенацеррафа» предыдущей статьи [Берестов, 2022]:

> «Рассуждения П. Бенацеррафа показывают, что, если на вопрос «Где находится демон, прошедший весь интервал [0, 1)?» ответить «Нигде», то этот ответ будет вполне приемлемым для него [Benacerraf, 2001, p. 116]. Можно сказать, что демон в указанных обстоятельствах оказывается существующим вне пространства и времени …».

Таким образом, в [Берестов, 2022] я не предлагал «интерпретации» П. Бенацеррафа. Я говорил о теории, являющейся консервативным расширением теории П. Бенацеррафа.

Замечу, что Е. В. Борисов в [Борисов, 2022] неверно пересказывает обсуждаемый текст, ср. с оригиналом [Benacerraf, 2001, p. 116]:

> “Imagine that the runner has run through all the members of *Z*[3]. Now Thomson asks: "Where would he be?" Suppose that we answered "Nowhere." Suppose that in fact the runner was none other than Aladdin’s genie, that he had been told to occupy all the *Z*-points and then vanish (without having occupied 1). Would this strain his magical powers to the breaking point? Let us see.”

Из этой цитаты видно, что П. Бенацерраф собирается ответить на следующий вопрос Дж. Томсона (Дж. Томсон действительно ставил такой вопрос в [Thomson, 2001], о чём ниже): где находится ***бегун***, посетивший все точки из приведённой выше *Z*-последовательности точек, но не посетивший точку 1? Этот вопрос ставился ещё Дж. Томсоном (в 1954–1955 гг.), и поэтому относится именно к ***бегуну***, а не к несуществующему с 1 с включительно ***джинну***, введённому П. Бенацеррафом позднее (в 1962 г.), в только что приведённой цитате. Поскольку П. Бенацерраф повторяет вопрос Дж. Томсона, он не формулирует условия на бегуна полностью, но Дж. Томсон излагает задачу и её условия полностью[4], стремясь доказать в [Thomson, 2001, p. 98] абсурдность посещения всех точек из *Z*-последовательности без посещения какой-либо точки, лежащей справа от всех точек этой *Z*-последовательности:

> “… suppose someone could have occupied every *Z*-point without having occupied any point external to *Z*. Where would he be? Not at any *Z*-point, for then there would be an unoccupied *Z*-point to the right. Not, for the same reason, between *Z*-points. And, *ex hypothesi*, not at any point external to *Z*. But these possibilities are exhaustive.” [Thomson, 2001, pp. 97-98]

С точки зрения Е. В. Борисова [см. приведённую ранее цитату из: Борисов, 2022], «Бенацерраф ставит вопрос: где находится джинн в момент 1?». Я полагаю очевидным, что это ***совершенно не тот*** вопрос, который обсуждали Дж. Томсон и П. Бенацерраф. Дальнейшее изложение Е. В. Борисовым в [Борисов, 2022] рассуждения П. Бенацеррафа из [Benacerraf, 2001, p. 120] о том, что джин в момент 1 с может либо не существовать каким-либо способом вообще, либо существовать в стране джиннов, что Е. В. Борисов трактует так, что джин не имеет пространственной координаты «в нашем мире», но «находится “где-то” в стране джиннов» и остаётся «в едином для “нашего мира” и страны джиннов времени», либо (о чём пишет П. Бенацерраф, но умалчивает Е. В. Борисов) джин переходит «в другое измерение», никоим образом не помогает ответить на тот вопрос, который ***в действительности*** был задан П. Бенацеррафом, и который для целей настоящего анализа, вероятно, можно считать эквивалентным вопросу: где находится бегун, пробежавший пространственный интервал [0 м, 1 м) за временно́й интервал [0 с, 1 с), но не пробежавший пространственный интервал [0 м, 1 м] за временно́й интервал [0 с, 1 с]? Мой тезис состоял в [Берестов, 2022] и состоит сейчас в том, что существование удовлетворяющего указанным условиям бегуна вне пространства и времени ***приемлемо*** для П. Бенацеррафа в том смысле, что такое существование ***совместимо*** и с его существованием в момент 1 с в загадочной «стране джиннов», и с его существованием в момент 1 с «в другом измерении», и с его несуществованием в момент 1 с каким-либо способом вообще.

[3] Имеется в виду упомянутая выше *Z*-последовательность точек.
[4] П. Бенацерраф сам цитирует Дж. Томсона в [Benacerraf, 2001, p. 114]

Замечу ещё, что нельзя упростить описание истории, приняв, что объект, прошедший пространственный интервал [0 м, 1 м) за временно́й интервал [0 с, 1 с), но не прошедший пространственный интервал [0 м, 1 м] за временно́й интервал [0 с, 1 с] есть объект в момент времени 1 с. Это отождествление сделало бы невозможной четвёртую историю, рассмотренную выше. Я не знаю, подразумевал ли П. Бенацерраф такое отождествление, но в явном виде оно в его статье отсутствует. Таким образом, П. Бенацерраф действительно говорит о своём *желании* рассмотреть ответ «нигде» на вопрос, эквивалентный следующему: где находится бегун, пробежавший пространственный интервал [0 м, 1 м) за временно́й интервал [0 с, 1 с), но не пробежавший пространственный интервал [0 м, 1 м] за временно́й интервал [0 с, 1 с]? Дальнейшее обсуждение в [Benacerraf, 2001, p. 120] показало, что для П. Бенацеррафа такой ответ вполне допустим, он нигде не отказывается от него. Конечно, это не означает, что П. Бенацерраф утверждал, что такой бегун находится вне времени и пространства: для этого надо было бы объяснить, что именно означает «нигде», добавить к «нигде» также расшифрованное «никогда», и явным образом отличить удовлетворяющего указанным условиям бегуна от бегуна в момент времени 1 с. И это не означает, что П. Бенацерраф *действительно* проанализировал ответ «нигде» на *этот* вопрос, а не занялся *другим* вопросом.

Подводя итог ответам на критические замечания Е. В. Борисова, отмечу, что приведённые выше мои рассуждения не доказывают невозможность движения при условии разведения прохождения открытого интервала и его замыкания, но показывают странность такого движения, поскольку для некоторых историй приходится принять «двойную онтологию», включающую не только обычное существование объекта, но и существование *того же самого* объекта вне времени и пространства.

2. Реплика О. А. Доманова

Отвечая на реплику **О. А. Доманова** [Доманов, 2022], хочу отметить, что его подход, использующий бесточечную геометрию, эффективно устраняет странности, связанные с «двойной онтологией», возникающей в «стандартной» теории движения, допускающей точки, не конструируемые с помощью областей. Как пишет О. А. Доманов, в предлагаемом им подходе к описанию движения исчезает различие между прохождением движущимся объектом открытого и замкнутого пространственных интервалов. Это устраняет достаточные основания для введения существования вне времени и пространства, и в этом смысле подход О. А. Доманова блестяще решает ту задачу, ради которой он был разработан. Но, если этот подход принимается, то рассмотренные четыре истории не могут быть непротиворечиво изложены: в них подразумевается различие между прохождением открытого интервала и прохождением его замыкания. Следует понять, является ли некоторая контринтуитивность запрета на привычное различение открытого интервала и его замыкания приемлемой ценой за устранение «двойной онтологии»; но этот вопрос весьма фундаментален и требует отдельного исследования.

3. Реплика В. М. Лурье

В разделе «1. Введение» из [Лурье, 2022] **В. М. Лурье** замечает, что моё рассуждение основывается на подразумеваемых «стандартных» предпосылках: пространственный отрезок, по которому осуществляется движение, находится во взаимно-однозначном соответствии с соответствующим интервалом множества действительных чисел. Да, это, разумеется, так. И то же самое можно сказать о временно́м интервале, в течение которого объект движется. Каждый из этих интервалов является континуумом, бесконечно делим, или является плотным, а также вполне связным множеством.

Здесь же В. М. Лурье пишет, что для меня допустима следующая ситуация: «… некое тело проходит в своём движении открытый отрезок и только его, не проходя границы этого отрезка, а потом движется дальше». И В. М. Лурье замечает, что Е. В. Борисов, доказывающий в своей реплике, что такого не может быть, прав. Тут я замечу, что более точная формулировка моего расхождения с Е. В. Борисовым состоит в следующем. В [Берестов, 2022] я полагал, что мне удалось предъявить достаточные основания для признания в рамках некоторой истории бегуна, пробежавшего пространственный интервал [0 м, 1 м) за временно́й интервал [0 с, 1 с), но не пробежавшего пространственный интервал [0 м, 1 м] за временно́й интервал [0 с, 1 с], существующим вне пространства и времени; тогда как Е. В. Борисов в [Борисов, 2022] указал, что такие основания в [Берестов, 2022] отсутствуют. В настоящей статье выше я признал критику Е. В. Борисова и представил четвёртую историю, в рамках которой имеются достаточные основания для того, чтобы признать бегуна, который удовлетворяет указанным условиям, существующим вне пространства и времени.

Далее В. В. Лурье пишет, что я не даю «никакого объяснения того, как тело может существовать вне пространства и времени, оставаясь физическим телом». Действительно, я не давал никаких объяснений этого ни в [Берестов, 2022], ни в настоящей статье. Однако целью обеих статей было не убедить читателя в наличии у движущихся тел указанного способа существования. Цель состояла в указании на удивительное следствие «стандартных» допущений для теории движения, а именно на существование тела не только в пространстве и времени, но и вне их.

Далее В. М. Лурье пишет, что в истории, описанной в [Берестов, 2022], мы

> «… не увидим двойной онтологии. Вместо этого мы увидим существование тела только в одной онтологии, пространственно-временно́й, но с разрывом в пространстве и времени. Если угодно, можно посчитать это разрывом в самом существовании объекта, но я просто бы назвал такую онтологию дискретной. Примером такой онтологии в физике стал квантовый постулат Нильса Бора 1913 года (это ещё до создания квантовой механики) – модели атома в рамках классической физики, но с одним отличием: электроны перемещаются из состояния в состояние, т. е. с орбиты на орбиту, минуя промежуточное пространство».

Итак, В. М. Лурье полагает, что отказ от непрерывности движения, позволяющий электрону «перескакивать» из одной точки пространства в другую, не посетив промежуточные точки (в этом случае положение объекта в пространстве есть значение некоторой частичной функции от одного аргумента; областью определения этой частичной функции является некоторый связный временно́й интервал; эта частичная функция может не быть непрерывной; если она не является непрерывной, то онтология, пригодная для описания поведения объекта, называется дискретной), позволяет представить непротиворечивое описание поведения демона из примера П. Бенацеррафа [Benacerraf, 2001, pp. 114–120]. По В. М. Лурье, этот пример (обсуждавшийся в [Берестов, 2022]), может быть описан без использования термина «существование вне пространства и времени», для описания этого примера достаточно термина «существование с разрывом в пространстве и времени». Правда, чтобы возник «разрыв», демон, нигде не существующий с момента 1 с включительно, должен потом снова стать существующим в некоторой области пространства и времени. Всё это действительно так. Однако введение «дискретной онтологии» не позволяет представить непротиворечивое описание поведения ДБ в четвёртой истории из настоящей статьи.

В разделах 2.1. и 2.2. В. М. Лурье сначала стремится показать, что теория движения Б. Рассела (она же «at-at теория движения», она же кинематическая теория движения), суть которой в [Берестов, 2022] была представлена в двух интерпретациях – в виде положения (RM) и в виде положения (RM_m), – не справляется с апориями Зенона Элейского *Дихотомия* и *Ахиллес*, даже если допустить, что она справляется со *Стрелой* [5]. Рассматриваются способы блокирования апорий через теории движения, связанные с квантовой механикой и отказывающиеся от обычных принципов движения, таких, как аддивность пройденных интервалов и непрерывность движения. В разделе 2.3. рассматривается способ блокирования апорий через использование для описания движения паракомплектных (нарушающих закон исключённого третьего) и параконсистентных (нарушающих закон запрещения противоречия) логик, разрабатывавшихся Г. Пристом. В разделе 3.1. В. М. Лурье предлагает для блокирования апорий Зенона использовать альтернативную топологию, а именно топологию поля p-адических чисел $\mathbb{Q}_p$ (которая иначе известна как ультраметрическая топология; ей соответствует не-алетическая логика, которая является и паракомплектной, и параконсистентной) вместо обычного множества вещественных чисел $\mathbb{R}$. Если наше физическое пространство интерпретировать как поле p-адических чисел (такое пространство называется ультраметрическим), то такое физическое пространство не является бесконечно делимым (является вполне несвязным), и апории Зенона для движения в таком пространстве не могут быть сформулированы. Но цена этого оказывается весьма высокой (раздел 4.): например, движущиеся навстречу друг другу Ахиллес и Гектор (рассматриваемые как шары) встречаются, но либо нам придётся признать, что они взаимопоглотятся, образовав совершенно новый объект – Ахиллогектора, или Гектороахилла, либо «элементы Гектора и Ахиллеса одновременно совпадают и идентичны и не совпадают и не идентичны, а также являются элементами Гектора или Ахиллеса, но, в то же время, не являются элементами ни Гектора, ни Ахиллеса». Так выглядит «союз Зенона и ультраметрики». В разделе 6. В. М. Лурье делает крайне важный вывод, что мы можем решить апории Зенона лишь

[5] Вероятно, В. М. Лурье полагает, что то же самое можно сказать и о модификации этой теории в виде (RM_{mi}) из [Берестов, 2022].

> «… усложняя либо онтологию, либо логику. Усложнение онтологии – приписывание макрообъектам квантовомеханических свойств (корпускулярно-волнового дуализма). Усложнение логики (её расширением до паракомплектной и далее не-алетической) может быть сформулировано на языке топологии как предложенный выше союз Зенона и ультраметрики».

Предпринятый В. М. Лурье анализ исключительно глубоко погружает читателя в центр современных исследований, восходящих к апориям Зенона. В. М. Лурье очень ясно показывает, что цена, которую мы готовы заплатить за решение апорий Зенона, является весьма высокой, и поэтому можно уверенно сказать, что обсуждение апорий Зенона и восходящих к ним затруднений будет продолжаться и далее. Готовы ли мы заплатить ту цену, которую требует бесточечная геометрия из отклика О. А. Доманова? Или ту цену, которая предложена в нескольких подходах, очерченных В. М. Лурье? Или ту цену в виде «двойной онтологии», уплатить которую, как я пытался показать в настоящей статье, нам придётся, если мы сохраняем «стандартное» описание движения? Эти вопросы пока не имеют ответов.

4. Реплика А. В. Нечипоренко

В начале своего отклика [Нечипоренко, 2022] **А. В. Нечипоренко** замечает, что он не очень понял основную направленность моей статьи и её главный предмет. Первое из его предположений на этот счёт состоит в следующем: основной тезис моей статьи в том, что апории Зенона и сегодня показывают недостаточность наших рассудочных средств для описания движения. И я подтверждаю правильность этого предположения. Остальные предположения А. В. Нечипоренко, альтернативные первому, неверны. А именно, А. В. Нечипоренко пишет:

> «Если считать, что автор нацелен на анализ онтологической проблематики движения как такового, – я резко возражаю против применения аппарата теории множеств и формальной логики; с моей точки зрения они для этого не могут применяться в качестве адекватного средства».

Я не могу утверждать, что нацелился «на анализ онтологической проблематики движения как такового» из-за того, что не понимаю, что такое «движение как таковое». Я не знаю, как можно говорить о «движении как таковом», я всегда говорю о «движении в рамках такой-то теории». В [Берестов, 2022] обсуждались некоторые *теории* движения с использованием различных разработанных технических средств, в том числе аппарата теории множеств. В процессе обсуждения были выявлены некоторые контринтуитивные следствия этих теорий. Однако я не утверждаю, что эта контринтуитивность обусловлена моим доступом к «движению как таковому».

Далее у А. В. Нечипоренко возникает следующий вопрос:

> «… сконструированный автором парадокс относится к феномену движения, или к самому аппарату теории множеств?»

Отвечаю: *мнимый* парадокс (как я уже признал выше, *Парадокс встречного движения* основывался на допущенной мной ошибке) относится к *теории* движения, в которой истинно (RM_{mi}), а также рассматриваемые в которой интервалы времени и пространственные интервалы являются континуумом, бесконечно делимы, являются плотными, а также вполне связными множествами. Всё, что я говорил о движущихся объектах, их характеристиках, выведении одних характеристик движущихся объектов из других релятивизировано к некоторой *теории*. Вероятно, можно сказать, что теории движения пытаются описать «феномен движения» с помощью некоторых технических средств, часто включающих в себя аппарат теории множеств.

В разделе «1. Об “at-at теории движения” Б. Рассела» А. В. Нечипоренко предлагает

> «… мысленный эксперимент, являющийся … *строгим контрпримером* [курсив А. В. Нечипоренко – *И.Б.*] к понятийному определению Б. Рассела».

Под «понятийным определением Б. Рассела» здесь, вероятно, имеется в виду положение (RM) из [Берестов, 2022]. В соответствии с (RM), для признания точечного объекта движущимся по пространственному интервалу достаточно, чтобы имелась функция *f*, сопоставляющая каждому моменту времени из временнóго интервала, в течение которого объект движется и не являющаяся константной функцией на этом временнóм интервале, точку на пространственном интервале, по которому этот объект движется, каковая точка является положением этого объекта в этот момент времени.

А. В. Нечипоренко приводит следующий «контрпример»: расположим по π^0-мезону (А. В. Нечипоренко полагает π^0-мезон точечным объектом) в каждой точке некоторого отрезка, причём все эти π^0-мезоны являются «полностью тождественными» (вероятно, друг другу) точечными объектами. В этом случае, по (RM), любой из π^0-мезонов (впрочем, они все тождественны друг другу, и, как полагает А. В. Нечипоренко, являются *одним и тем же* π^0-мезоном) в течение любого временнóго интервала, в течение которого такое расположение π^0-мезонов сохраняется. Но в действительности все π^0-мезоны покоятся. Следовательно, заключает А. В. Нечипоренко, положение (RM) неприемлемо, а чтобы сделать его приемлемым

> «… в определение движения должна *явно войти процедура* [курсив А. В. Нечипоренко – *И.Б.*] установления нумерической единственности и самотождественности точечного объекта. Эта процедура отсутствует в определении Б. Рассела, и для опровержения “at-at теории движения”, с моей точки зрения, достаточно указать на факт этого отсутствия».

Хотя я и не являюсь сторонником теории движения Б. Рассела, всё же замечу, что опровержение этой теории с помощью «контрпримера» А. В. Нечипоренко кажется мне странным. Полученное следствие (π^0-мезон движется, хотя дано, что все π^0-мезоны покоятся) можно рассматривать не только как довод против теории движения Б. Рассела, но и как довод против признания всех π^0-мезонов *одним и тем же* π^0-мезоном (если допустить, что указанное размещение π^0-мезонов можно осуществить). На данном этапе мы можем считать установленным лишь следующее: из теории движения Б. Рассела и признания всех π^0-мезонов *одним и тем же* π^0-мезоном следует противоречие. Но противоречие можно получить и из одного признания всех π^0-мезонов *одним и тем же* π^0-мезоном без привлечения теории движения Б. Рассела.

Действительно, в описанной А. В. Нечипоренко истории имеется π^0-мезон, расположенный в первой точке рассматриваемого пространственного интервала, и имеется π^0-мезон, расположенный в последней точке рассматриваемого пространственного интервала (допустим, что интервал является невырожденным и замкнутым). При этом каждый π^0-мезон, по признанию А. В. Нечипоренко, является «точечным объектом» (в противном случае непонятно, как можно разместить π^0-мезон ***в*** точке отрезка). Но выражение «точечный объект», как мне кажется, может означать только «объект, который может быть расположен в одной и только одной точке». Следовательно, π^0-мезон, расположенный в первой точке интервала, не может быть расположен в последней точке интервала, *et vice versa*. Поскольку, как полагает А. В. Нечипоренко, первый π^0-мезон тождественен с последним π^0-мезоном, с использованием *Принципа подставимости тождественных*, который без ограничений выполняется для предложений без пропозициональных установок (таких, как предыдущее предложение о π^0-мезонах), получаем противоречие: первый π^0-мезон и расположен в начальной точке интервала, и не расположен в ней.

Впрочем, можно показать, что из «*строгого контрпримера*» А. В. Нечипоренко и (RM) противоречие вообще не выводится, а значит, то, что А. В. Нечипоренко представляет нам в качестве основания для отказа от (RM), в действительности не является таким основанием. Действительно, в соответствии с (RM), если точечный объект движется в течение некоторого невырожденного временно́го интервала, то – в силу того, что f не является константной функцией на этом интервале – имеются такие моменты t_1 и t_2 из этого интервала, что $f(t_1)\neq f(t_2)$. Однако в рассматриваемом случае $f(t_1)$ и $f(t_2)$ суть π^0-мезоны, тождественные друг другу. Следовательно, функция f не удовлетворяет критериям, предъявляемым к ней в (RM). Следовательно, нельзя заключить на основании (RM), что некоторый π^0-мезон движется. А значит, невозможно вывести противоречие с тем, что по условию рассматриваемого мысленного эксперимента ни один π^0-мезон не движется.

Эти рассуждения показывают, что проблематичность теории движения Б. Рассела не доказывается «*строгим контрпримером*» А. В. Нечипоренко, и не доказывается, что в определение движения следует включить процедуру «установления нумерической единственности и самотождественности точечного объекта».

В разделе «3. Интерпретация И. В. Берестовым мысленного эксперимента П. Бенацеррафа» [Нечипоренко, 2022] А. В. Нечипоренко задаётся вопросом: какой «план рассмотрения» я имею в виду при анализе истории о демоне П. Бенацеррафа – «*in re* или *in cogitatione*»? Далее он пишет, что ему очевидно, что «речь идёт о мыслительно моделируемых времени и пространстве». И это действительно так, именно об этом шла речь в моей статье. Ниже А. В. Нечипоренко предлагает отказаться от моих терминов «существование во времени и пространстве» и «существование вне времени и пространства», и вместо этого говорить, что «*существование* в пространстве и времени, возможно как в *модусе определённости*, так и в *модусе неопределённости*». Поскольку А. В. Нечипоренко не раскрывает, в чём именно значение его терминов отличается от значений моих, до тех пор, пока существенные для обсуждаемых мысленных экспериментов различия не будут выявлены, я готов принять такую терминологию.

Далее в этом же разделе А. В. Нечипоренко пишет:

> «Для теоретико-множественной интерпретации движения существование в пространстве и времени эквивалентно нахождению точечного объекта в определённой точке в определённый момент».

Я согласен, что в обсуждаемых мной теориях движения, основывающихся на теории движения Б. Рассела и использующих некоторые теоретико-множественные термины, такая эквивалентность имеет место – просто я так определяю термины. Это не означает, что эта эквивалентность имеет место для любой теории движения, использующей аппарат какого-либо варианта теории множеств.

Сразу же после этого А. В. Нечипоренко пишет:

> «Выше (в п. 1.) я показал, что такое определение [речь идёт об обсуждаемой в предыдущем абзаце эквивалентности – *И. Б.*] приводит к неразличимости кинетики одного объекта и статики ансамбля тождественных объектов [речь идёт о разбиравшейся выше попытке А. В. Нечипоренко опровергнуть расселовскую теорию движения с помощью примера с π^0-мезонами – *И. Б.*]. Поэтому для описания движения в его кинетике такое определение неверно».

По поводу этого высказывания А. В. Нечипоренко я хотел бы заметить следующее. Во-первых, как я показал выше, пример с π^0-мезонами не доказывает неприемлемость расселовской теории движения и, соответственно, не доказывает «неразличимости кинетики одного объекта и статики ансамбля тождественных объектов». Во-вторых, даже если указанная «неразличимость» доказана, она доказана А. В. Нечипоренко исходя из расселовской теории движения, а не из обсуждаемого определения существования в пространстве и времени (я вообще не вижу, где это определение используется в доказательстве А. В. Нечипоренко). Для того чтобы обосновать, что «падение» расселовской теории движения влечёт «падение» обсуждаемого определения, нужны дополнительные построения. Поэтому вывод А. В. Нечипоренко – «такое определение неверно» – не кажется мне обоснованным.

Сразу же после этого А. В. Нечипоренко пишет:

> «Для кинетики верно другое: движущийся в пространстве-времени объект не имеет определённого положения ни в какой точке пространства и времени».

Эта точка зрения отличается от обсуждавшихся в моей статье теорий движения, основывавшихся на (RM), (RM_m) и (RM_{mi}). В теории, основывающейся на (RM_{mi}), движущийся объект «не имеет определённого положения ни в какой точке пространства и времени» (или, в моей терминологии, «существует вне пространства и времени») не при любых условиях, а лишь если он прошёл пространственный интервал [0 м, 1 м) за временнóй интервал [0 с, 1 с), но не прошёл пространственный интервал [0 м, 1 м] за временнóй интервал [0 с, 1 с].

Ниже, в конце 3-го раздела из [Нечипоренко, 2022], А. В. Нечипоренко выражает неуверенность по поводу того, придерживаюсь ли я теории, трактующей «континуум как чистую бесточечную протяжённость». Нет, в разобранных мной в [Берестов, 2022] теориях движения такой трактовки не было. Хотел бы заметить также, что я *рассматривал* некоторые теории движения в [Берестов, 2022], но не утверждал, что *придерживаюсь* какой-либо из них. Анализ этих теорий был нужен мне для выявления проблем в наиболее популярных и «естественных» теориях движения. Что же касается теорий движения, основывающихся на топологии без точек, то одна из таких теорий была предложена О. А. Домановым в [Доманов, 2022].

В разделе «4. По следам Алисы, или Путаница» из [Нечипоренко, 2022] А. В. Нечипоренко утверждает, что рассматриваемая мной проблематика «может быть отнесена не к движению, а к проблемам континуума вообще и иррациональных чисел в частности». Это вполне может быть. Вопрос лишь в том, как этот тезис корректно *доказать*. На первый взгляд, мои рассуждения существенно зависят от апелляции к контринтуитивным положениям, связанным именно с *движением*, т. е. к тому, чего нет в теории множеств, топологии и теории чисел.

В этом же разделе А. В. Нечипоренко, после некоторых рассуждений, для анализа которых пришлось бы написать отдельную статью, приходит к следующему выводу: «… не по записи знаковой формы, а по своему объективному содержанию [1,π]=[1,π)». Я могу предположить, что этот вывод А. В. Нечипоренко делает для того, чтобы показать неприемлемость разведения открытого числового интервала и его замыкания, а значит, неприемлемость разведения прохождения объектом открытого пространственного интервала и его замыкания. Поскольку рассуждения в моей статье основывались на последнем разведении, вывод А. В. Нечипоренко может рассматриваться как способ блокировать обсуждаемые мной затруднения в теории движения (как те, которые обсуждались в [Берестов, 2022], так и те, которые обсуждались в настоящей статье выше). И тогда способ блокировки затруднений, предлагаемый А. В. Нечипоренко, совпадает с отказом от разведения открытого интервала и его замыкания, предлагаемым О. А. Домановым в [Доманов, 2022] и В. М. Лурье в [Лурье, 2022]. Как я уже писал, этот способ имеет свою цену: контринтуитивность отказа от точек, как конституент отрезка, контринтутивность «ультраметрического» решения, приводящего либо к вынужденному признанию не-алетических логик, либо к другим странным следствиям. Кроме того, при обсуждаемом способе блокировки затруднений невозможно изложить третью и четвёртую истории, разбиравшиеся в настоящей статье выше.

Вероятно, можно было бы выявить цену способа, предлагаемого А. В. Нечипоренко, если бы предлагаемая им теория чисел была расписана более подробно. Пока замечу лишь, что итоговый довод, который предлагает А. В. Нечипоренко в пользу своего тезиса «по своему объективному содержанию [1,π]=[1,π)», состоит в следующем:

«Закрытый интервал определяется через открытый (стремление к пределу), а открытый – через закрытый (за счёт скачка в актуальную бесконечность)».

Мне кажется, что из этого невозможно получить тезис «по своему объективному содержанию [1,π]=[1,π)». Даже если допустить, что открытый интервал определяется через его замыкание *et vice versa*, то из этого не следует их совпадения. Отношения «быть взаимоопределяющимся с» и «быть тождественным с» и даже «быть тождественным по своему объективному содержанию с» являются различными отношениями, и для заключения о тождестве объектов недостаточно одной только их взаимоопределимости.

Я мог бы предположить, что предложение «по своему объективному содержанию [1,π]=[1,π)» означает, что между [1,π] и [1,π) отсутствует *distinctio realis* в смысле, например, Дунса Скота. Это означает, что ни один из этих интервалов не может существовать без другого. Но отсутствие *distinctio realis* не означает, что [1,π] и [1,π) тождественны друг другу, что требуется для способа преодоления трудностей с движением, избранного А. В. Нечипоренко. Тоже можно сказать и о *distinctio formalis*.

Можно представить себе и другую интерпретацию рассуждения А. В. Нечипоренко в контексте обсуждения движения по открытым и закрытым интервалам. Из взаимоопределимости [1,π] и [1,π) А. В. Нечипоренко выводит, что эти интервалы не могут существовать друг без друга (если так понимать их тождество «по своему объективному содержанию»), и, как кажется, из последнего он выводит, что объект прошёл один из этих интервалов тттк он прошёл другой. Но в действительности последнее *non sequitur*.

В разделе «5. Зазеркалье континуума» из [Нечипоренко, 2022] А. В. Нечипоренко, используя символизм Спенсера Брауна, стремится показать, что получить «мерцающее» существование можно без допущения движения объекта, поскольку, с точки зрения А. В. Нечипоренко, «мерцающее» существование связано с континуумом, а не движением. Опять-таки я не буду анализировать детали доказательства А. В. Нечипоренко: для этого пришлось бы написать отдельную статью. Рассмотрю лишь заключительный этап доказательства.

А. В. Нечипоренко рассматривает множество из трёх конфет, обозначаемое далее как {1,2,3}, и некоторый также конструируемый из конфет объект {1,2,3); что именно последний объект из себя представляет и детали его конструирования сейчас не важны. Нам дано: {1,2,3} находится во взаимно-однозначном соответствии с {1,2,3); {1,2,3} существует; {1,2,3) не существует. Из этого А. В. Нечипоренко делает вывод:

«Мы получили “мерцание” конфет – они то существуют, то не существуют».

Однако из названных исходных условий не следует, что о каждом из двух объектов – {1,2,3} и {1,2,3) – можно высказать и то, что было высказано о первом объекте, и то, что было высказано о втором объекте: оба и существуют, и не существуют. Для этого нужны дополнительные посылки, например, {1,2,3}={1,2,3). Но такие посылки в разделе 5. из [Нечипоренко, 2022] отсутствуют.

5. Реплика К. А. Родина

К. А. Родин в начале своей статьи [Родин, 2022] пишет:

> «Статья Берестова открывается пересказом апории “стрела” и пересказом предложенной Расселом “для преодоления зеноновской апории стрела” так называемой “at-at теории движения” … Я не уверен в ключевом значении “at-at теории движения” для фабулы статьи Берестова (разве что для сюжета). Призванные продемонстрировать неудовлетворительность “at-at теории движения” (или как-то модифицированной “at-at теории движения”) контрпримеры из статьи представляются самостоятельными (неспособность “at-at теории движения” “представить удовлетворительное понимание широкого класса движений” кажется необязательным приложением к высказанным Зеноном затруднениям при попытках концептуализировать движение)».

Постараюсь пояснить, зачем я начинаю статью [Берестов, 2022] с изложения апории Зенона Элейского *Стрела* и расселовской теории движения. Дело в том, что расселовская теория движения была разработана именно с целью решить апорию *Стрела*. Очень важно понимать это, чтобы оценивать и обсуждать эту теорию. Многократно были выдвинуты претензии к этой теории, например, что она не объясняет и даже не пытается объяснить, что такое движение, а просто утверждает: тело движется тттк … [Берестов, 2021, с. 90]. В статье [Берестов, 2022] я не касался такой критики теории Б. Рассела, приняв её в том виде, в котором она была изложена им самим, и сосредоточился на не столь заметной проблематичности её следствий. Разумеется, анализ расселовской теории и её модификаций непосредственно не связаны с изложением *Стрелы* Зеноном. Но они дают чёткое понимание того, что наиболее известное, признанное (хотя и имеющее немалую цену) «опровержение» *Стрелы* в действительности не является таковым. В соответствии с принимаемым мной пониманием значения философских текстов, значение и значимость *Стрелы* определяются последующими дискуссиями, и поэтому рассуждения о расселовской теории движения и её вариантов важны для понимания *Стрелы*. И наоборот, надо понимать, что без *Стрелы* теория движения Б. Рассела не была бы выдвинута, поэтому *Стрела* важна для понимания того, что мы не можем просто отбросить теорию Б. Рассела как не объясняющую движение, и вынуждены постоянно возвращаться к теории, кажущейся во многих отношениях неприятной.

Теперь коснусь анализа К. А. Родиным истории о Ахилле и Гекторе [см. исходное изложение истории в разделе «6. Парадокс встречного движения» из: Берестов, 2022]. Как и Е. В. Борисов, К. А. Родин отмечает, что *Парадокс встречного движения* содержит в себе ошибку, так что при корректном описании ситуации с движущимися навстречу друг другу Ахиллом и Гектором никакого парадокса не возникает. Я признаю, что сделал ошибку, и признаю, что *Парадокс встречного движения* отныне развенчан.

Прокомментирую ещё собственные рассуждения К. А. Родина о рассматриваемой истории, расположенные в его статье до критики *Парадокса встречного движения*. У К. А. Родина Ахилл является точечным объектом, равномерно движущимся навстречу Гектору, из точки А в точку Д, а Гектор является точечным шаром, равномерно движущимся навстречу Ахиллу, из точки В в точку Д. К. А. Родин, если я правильно понял, признаёт, что встречей Ахилла и Гектора можно считать следующее положение дел: Ахилл прошёл [А Д], а Гектор прошёл [В Д):

«Ситуация прохождения интервалов [А Д] и [В Д) достаточна для встречи».

Если К. А. Родин действительно это признаёт, то оно противоречит положению:

(*) На преодоление открытого с конца пространственного интервала при равномерном движении может быть потрачен только открытый с конца временно́й интервал.

Отказ от (*), с моей точки зрения, нежелателен, поскольку он, как кажется, делает невозможным обеспечение взаимно-однозначного соответствия между пройденными объектом пространственными интервалами и потраченными на это интервалами времени. Это соответствие, как кажется, должно иметь место при равномерном движении. Положение (*) есть часть того, что утверждается в положении (RM_{mi}), описанном в [Берестов, 2022].

Далее К. А. Родин пишет:

«… в любой конкретный момент времени шар Гектора преодолеет только часть интервала [В Д). Однако тогда не имеет решения прямая дихотомия …»

Постараюсь реконструировать рассуждение, вероятно, подразумеваемое К. А. Родиным в этом крайне лаконичном замечании. Примем следующую посылку:

(**) Если объект полностью преодолел какой-либо пространственный интервал за какой-либо временно́й интервал, то имеется момент времени, в который это произошло.

Пусть Гектор полностью преодолел интервал [В Д). Тогда, по (**), имеется момент времени, в который это произошло. Однако такой момент времени отсутствует в силу (*) и того, что открытый с конца временно́й интервал не имеет последнего момента. Следовательно, Гектор не преодолеет [В Д).

Если К. А. Родин действительно так рассуждает, то к этому рассуждению у меня есть два замечания. Во-первых, в этом рассуждении используется положение (*), которое К. А. Родин, как кажется, неявно отвергает выше. Во-вторых, непонятно, из чего выводится посылка (**). В статье К. А. Родина об этом не говорится.

Хотел бы ещё раз поблагодарить всех участников состоявшейся дискуссии! В ходе этой дискуссии было выдвинуто много интересных идей, которые невозможно по достоинству оценить в одной статье, поэтому надеюсь на продолжение обсуждения столь интригующей темы!

Список литературы / References

Берестов, И. В. (2021). *Зенон Элейский в современных переводах и философских дискуссиях*. Новосибирск. Офсет-ТМ. 206 с. (Сер. Античная философия и классическая традиция. Приложение к журналу ΣΧΟΛΗ. Т. V).

Berestov, I. V. (2021). *Zeno of Elea in Contemporary Translations and Philosophic Discussions*. Novosibirsk. 206 p. (In Russ.)

Берестов, И. В. (2022). Как Ахиллес с Гектором разминулся: затруднение в теории движения, разводящей прохождение открытого интервала и его замыкания. *Respublica Literaria*. Т. 3. № 4. С. 5-26. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.5-27

Berestov, I. V. (2022). How Achilles and Hector Missed Each Other: A Difficulty in the Theory of Motion That Distinguish the Passage of an Open Interval and the Passage of its Closure. *Respublica Literaria*. Vol. 3. no. 4. pp. 5-26. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.5-27 (In Russ.)

Борисов, Е. В. (2022). Всё-таки они встретились. *Respublica Literaria.* Т. 3. № 4. С. 28-32. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.28-32

Borisov, E. V. (2022). And Yet They Met. *Respublica Literaria.* Vol. 3. no. 4. pp. 28-32. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.28-32 (In Russ.)

Доманов, О. А. (2022). Апории Зенона и понятие точки. *Respublica Literaria*. Т. 3. № 4. С. 33-39. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.33-39

Domanov, O. A. (2022). Zeno's Paradoxes and the Notion of Point. *Respublica Literaria*. Vol. 3. no. 4. pp. 33-39. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.33-39 (In Russ.)

Лурье, В. М. (2022). Союз Зенона и ультраметрики. *Respublica Literaria.* Т. 3. № 4. С. 40-57. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.40-57

Lourié, Basil (2022). The Alliance of Zeno and Ultrametrics. *Respublica Literaria.* Vol. 3. no. 4. pp. 40-57. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.40-57 (In Russ.)

Нечипоренко, А. В. (2022). В «Зазеркалье» апорий Зенона (отношение к статье И. В. Берестова «Как Ахиллес с Гектором разминулся»). *Respublica Literaria.* Т. 3. № 4. С. 58-67. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.58-67

Nechiporenko, A. V. (2022). Zeno's Aporias "Through the Looking-Glass" (A Reverence to I. V. Berestov's Article "How Achilles and Hector Missed Each Other"). *Respublica Literaria.* Vol. 3. no. 4. pp. 58-67. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.58-67 (In Russ.)

Родин, К. А. (2022). Путь к апориям Зенона: закрытые и полуоткрытые интервалы. *Respublica Literaria*. Т. 3. № 4. С. 68-74. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.68-74

Rodin, K. A. (2022). On the Way to Zenon's Paradoxes: Closed and Semi-Open Intervals. *Respublica Literaria*. Vol. 3. no. 4. pp. 68-74. DOI: 10.47850/RL.2022.3.4.68-74 (In Russ.)

Benacerraf, P. (2001). Tasks, Supertasks, and the Modern Eleatics. In Salmon, W. C. (ed.). *Zeno's Paradoxes*. Indianapolis. Hacklett. pp. 103-129. (Originally published in 1962)

Thomson, J. (2001). Tasks and Super-Tasks. In Salmon, W. C. (ed.). *Zeno's Paradoxes*. Indianapolis. Hacklett. pp. 89-102 (Originally published in 1954).

Сведения об авторе / Information about the author

Берестов Игорь Владимирович – кандидат философских наук, старший научный сотрудник Института философии и права Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск, ул. Николаева, 8, e-mail: berestoviv@yandex.ru, http://orcid.org/0000-0003-0782-761X

Статья поступила в редакцию: 10.11.2022
После доработки: 21.11.2022
Принята к публикации: 12.12.2022

Berestov Igor – Candidate of Philosophical Sciences, Senior Researcher of the Institute of Philosophy and Law of the Siberian branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Nikolaeva str., 8, e-mail: berestoviv@yandex.ru, http://orcid.org/0000-0003-0782-761X

The paper was submitted: 10.11.2022
Received after reworking: 21.11.2022
Accepted for publication: 12.12.2022