УДК 165.1

ИСТОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СИМВОЛЬНОЙ НОТАЦИИ МАТЕМАТИКИ XVII В. И ТРАНСФОРМАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ПРАКТИКИ

А. В. Хлебалин
Институт философии и права СО РАН (г. Новосибирск)
sasha_khl@mail.ru

В. В. Целищев
Институт философии и права СО РАН (г. Новосибирск)
leitval@gmail.com

Аннотация. В статье анализируются интеллектуально-культурные предпосылки, сделавшие возможным создание символьной нотации в математике XVII в. Показано, что переиздания *Начал* Евклида в XVI в. сформировало интеллектуальный и культурный фон, позволивший Виету и Стивену трансформировать классическую концепцию *arithmos* в символическую концепцию числа, что сделало возможным создание символьной нотации. Утверждается, что разработка символьной нотации является не простым изменением способа обозначения, а существенно изменило математическую практику, сделав возможным введение новых объектов и посредством символьных преобразований.

Ключевые слова: нотация, символическая концепция числа, математическая практика, математический объекта.

Для цитаты: Хлебалин, А. В., Целищев, В. В. (2020). История возникновения символьной нотации математики XVII в. и трансформация математической практики. *Respublica Literaria*. 2020. Т. 1. № 1. С. 40-47. DOI:10.47850/RL.2020.1.1.40-47.

THE HISTORY OF THE EMERGENCE OF SYMBOLIC NOTATION IN MATHEMATICS IN THE 17th CENTURY AND TRANSFORMATION OF MATHEMATICAL PRACTICE

A. V. Khlebalin
Institute of Philosophy and Law SB RAS (Novosibirsk)
sasha_khl@mail.ru

V. V. Tselishchev
Institute of Philosophy and Law SB RAS (Novosibirsk)
leitval@gmail.com

Abstract. The article analyzes the intellectual and cultural preconditions that made it possible to create symbolic notation in mathematics of the 17th century. It is shown that the reprints of Euclid's *Elements* in the XVI century formed an intellectual and cultural background that allowed Viet and Stevens to transform the classical concept of *arithmos* into a symbolic concept of number, which made the creation of symbolic notation possible. It is argued that the development of symbolic notation is not a simple change in the way of notation, but significantly changed the mathematical practice, making it possible to introduce new objects and through symbolic transformations.

Keywords: notation, symbolic conception of number, mathematical practice, mathematical object.

For citation: Khlebalin, A. V., Tselishchev, V. V. (2020). The history of the emergence of symbolic notation in mathematics in the 17th century and transformation of mathematical practice. *Respublica Literaria*. Vol. 1. no. 1. pp. 40-47. DOI:10.47850/RL.2020.1.1.40-47.

Развитие математики и становление математической физики стало возможным в результате глобальной трансформации греческого *arithmos* в концепцию числа в ее современной символической интерпретации. Эта трансформация связана с возникновением символической концепции числа. Классическая историография связывает это с деятельностью Виета, Стевина, Декарта и Лейбница. Но зачастую остаются в тени те концептуальные изменения в математической практике, которые сделали возможной «символическую революцию» в математике XVII в.

Масштаб произошедших в результате этой революции изменений вызвал значительное преобразование математической практики. *Начала* Евклида на протяжении веков являлись каноническим текстом, конституирующим математическую практику. Сами *Начала* посвящены, прежде всего, геометрии и лишь последние книги посвящены математике и содержат существенное отличное от современного понимание числа и величин. Центральное для греческой математики понятия *arithmos* не должно пониматься как «общая величина»: «Оно никогда не обозначало чего-либо иного, кроме "число определенных объектов" или "собрание" пересчитанных вещей» [Klein, 1992, p. 7]. Аналогично, прямые, соотношения, соизмеримые и несоизмеримые величины имели свою собственную онтологию, конституирующую математическую практику и определяющую математическое исследование и его методы. В отличие от греческой концепции, «общая величина» – вполне современное понятие. Произошедшая трансформация заключалась в том, что «Что характерно для этой "общей величины", так это неопределенность, из которой это понятие может быть сформировано только посредством символических процедур. Но евклидово представление *не* символическое. Оно всегда предполагает определенное количество единиц измерения и делает это безо всякого обращения к "общему понятию" или концепции "общей величины". Иллюстрируя каждое определенное количество результатов измерения длины, он не допускает двух операций, которые составляют сердцевину символической процедуры: он *не* отождествляет представленные объекты со способом представления, и он *не* заменяет действительную определенность объекта *возможностью* сделать его определенным посредством символического представления, которое вместо того чтобы иллюстрировать определенный объект, будет *обозначать* возможную определенность» [Ibid, p. 123].

Согласно Клейну, Декарт первым полностью артикулировал главное значение современной символической концептуализации числа: «С этого момента фундаментальная онтологическая наука древних была заменена символической дисциплиной, чьи онтологические допущения оставались непроясненными. Эта наука, которая с самого начала стремится к постижению целостности мира, постоянно расширяется в системы современной математики» [Klein, 1992, p. 184]. Достижения Декарта им резюмируется следующим образом:

«1) концепция алгебры как “общей” теории пропорций, чей объект, только символически доступный, приобретает свои специфические характеристики из *числовой/нумерической* области; и 2) и отождествление этого “символического” математического объекта с объектом “*подлинной физики*”» [Ibid, p. 198].

Понятие «общей величины» и разработка его символической интерпретации Виетом, Стевином, Декартом и др., приводит к исчезновению различия между дискретными числами и континуальной величиной. В тоже время это сделало возможным непроблематичную символизацию физического объекта математическими терминами. Следовательно, фундаментально перестраиваются границы внутри математики – между арифметикой и геометрией и между математикой и физикой, или натуральной философией. Фундаментальная трансформация концепции числа, произошедшая в XVI–XVII вв., свидетельствует об историчности объекта математики. Такие концептуальные изменения объекта математики не могут быть поняты вне контекста тех изменений, которые претерпел математический дискурс; прежде всего, вне специфических дискурсивных практик и культурно-исторически обусловленных средств представления знания. Анализ историчности объектов научного дискурса, практик, вызывающих их трансформацию и легитимацию произошедших изменений, а также восстановление границ своеобразной «карты знания», которое влечет за собой такая практика, позволяет более динамично реконструировать взаимоотношения между конституирующими элементами научной практики. Разработка объяснения, которое не трактует объекты и границы научных дискурсов как естественно заданные, представляется необходимой для экспликации тех способов, которыми наука исторически связана с конкретными элементами культуры и того способа, которым научная практика становится частью истории культуры.

Произошедшие в XVI–XVII вв. трансформации концепции числа были столь фундаментальным преобразованием объекта математики и математической практики, что простого перечисления основных «агентов» этого преобразования не вполне достаточно для прояснения источников и деталей произошедших изменений. Выдающаяся роль в интересующей нас трансформации объекта математической практики таких математиков, как Виет, Декарт или Стевин, прекрасно известна, и новаторство их работ давно является хрестоматийной темой. Более пристальное внимание к истории математики позволяет нам обнаружить их предшественников, которые, в классической историографии, являлись инициаторами изменений математической практики, сделавшими возможными последующие преобразования концепции числа.

Несмотря на основополагающую роль, которую играют понятия числа и величины, мало известно о том, как они трансформировались из классических греческих форм, довольно точно сохранившихся в средневековых переводах *Начал* Евклида, в современное понятие числа. Общепризнанным является то, что числа и величины претерпели основные преобразования в течение XVI–XVII вв. [Bos, 2001, pp. 135-143]. Очевидным проявлением этой трансформации стало символическое представление числа и величины и последовавшее радикальное изменение математической нотации. Фактически, в этот период времени совершается переход к современной системе репрезентации, радикально отделившей предшествующую традицию математического знания. Так, например, классическая нотация

Ars Magna Кардано очень сильно отличается от вполне современной нотации *Геометрии* Декарта.

uenies ex prima regula operatiõis, Probatio eſt, ut in exemplo, cubus
& quadrata 3, æquentur 21, æſtimatio ex his regulis eſt, ℞ v: cubica
9 ½ p: ℞ 89 ¼ p: ℞ v: cubica 9 ½ m: ℞ 89 ¼ m: 1, cubus igitur eſt hic con
ſtans ex ſeptem partibus.
12 m: ℞ v: cubica, 4846 ½ p: ℞ 2348783 ¼ m: ℞ v: cubica 4846 ½ m:
℞ 2348783 ¼ p: ℞ v: cub. 46041 ¾ p: ℞ 2119776950 ⅞ m:
℞ 2096289117 9/16 m: ℞ 2096354180 13/16
p: ℞ v: cub. 46041 ¾ p: ℞ 2096354180 13/16 m: ℞ 2096289117 9/16 m:
℞ 2119776950 ⅞ p: ℞ v: cub. 256 ½ p: ℞ 65063 ¼ p: ℞ v: cub.
256 ½ m: ℞ 65063 ¼

Рис 1. Кардано *Ars Magna,* Глава XV. (1545 г.)

Система представления числе в *Ars Magna* Кардано фактически не читабельна для современного читателя, тогда как принятая в *Геометрии* Декарта (1637 г.) кажется вполне знакомой.

Or ſi on a $z^3 \infty * -- pz + q$, la reigle dont Cardan attribue l'inuention à vn nommé Scipio Ferreus, nous apprent que la racine eſt,

$$\sqrt{C.+\tfrac{1}{2}q+\sqrt{\tfrac{1}{4}qq+\tfrac{1}{27}p^3}}+\sqrt{C.+\tfrac{1}{2}q+\sqrt{\tfrac{1}{4}qq+\tfrac{1}{27}p^3}}$$

Comme auſſy lorſqu'on a $z^3 \infty * + pz + q$, & que le quarré de la moitié du dernier terme eſt plus grand que le cube du tiers de la quantité connuë du penultieſme, vne pareille reigle nous apprent que la racine eſt,

$$\sqrt{C.+\tfrac{1}{2}q+\sqrt{\tfrac{1}{4}qq--\tfrac{1}{27}p^3}}+\sqrt{C.+\tfrac{1}{2}q--\sqrt{\tfrac{1}{4}qq-\tfrac{1}{27}p^3}}$$

Рис.2. Декарт *G´eometrie*, (Adam and Tannery, 1637. VI, p. 473)

Произошедшая трансформация не ограничилась изменением исключительно системы нотации. Более того, мы попытаемся показать, что сама смена системы нотации стала возможной благодаря фундаментальным изменениям центральных для математики концепций числа и величины, которые явились условием возможности введения символической нотации, коренным образом трансформировавшей метаматематическую практику и оказавшейся, по своей сути процессом введения в эту практику нового типа математического объекта.

Начала Евклида наглядно показывают различия современной и греческой концепций математических объектов. Например, в случае величин: величины *Начал* нельзя ни умножать, ни делить; тоже самое справедливо и для корней: как таковых их не существует для евклидовых величин. С другой стороны, евклидово число всегда есть то, что мы называем «натуральным» или положительным целым числом, и числовые операции с ними были строго ограничены тем, чтобы получаемые результаты были положительными целыми числами [Ibid, pp. 120-127]. Четкое и последовательное разделение между евклидовыми понятиями чисел и величин не только сохранилось в латинских средневековых переводах, но использовалось в преподавании в Западной Европе во второй половине XV в. Однако, ко второй половине XVII в. различия между классическими понятиями (натуральных) чисел и непрерывных геометрических величин в значительной степени исчезли, как и сами эти понятия. Весьма мало известно об этом концептуальном сдвиге, во многом потому, что он произошел практически незаметно и не был связан с провозглашением каких-либо теоретических проектов. Если в XVI и XVII вв. велись дискуссии об отношениях между арифметикой и геометрией, то нам неизвестно о существовании концепций о природе числа или величины, противостоящих классической евклидовой системе, вплоть до *Arithmétique* Саймона Стевина (1585 г). Известно, что двумя ключевыми фигурами в генезисе символической репрезентации объекта в математической практике были Виет и Стивен.

В своем классическом и влиятельном исследовании Дж. Клейн указал на новое определение алгебры Франсуа Виета как «аналитического искусства», в качестве решающего фактора трансформации греческой концепции *arithmos* [Klein, 1992]. С точки зрения Клейна, Виет был родоначальником «современного способа концептуализации», определившего математику эпохи Возрождения. Переосмысляя в рамках «современного» ему интеллектуального пейзажа эпохи Возрождения концепцию *эйдоса*, которую он усмотрел в сочинениях Паппа Александрийского и Диофанта, Виет осуществил трансформацию греческой концепции *arithmos* в современную концепцию видов (*species*), которая, являясь символической концепцией, заложила условия возможности появления символической нотации. В этом контексте такая концепция является предварительным условием для символического понимания количества, в котором *arithmos* и *megethos* «схлопываются» в новое численное понимание величин. Огромную роль в генезисе современной концепции числа, помимо Виета, Клейн приписывает Саймону Стевину, который первым опубликовал убедительную критику классический концепции числа и разработал новое понятие величины, которое был всецело символическим.

Согласно Клейну, концепция Стевина существенно зависит от введенной Виетом символической концепции видов. [Ibid, pp. 186-197]. Это утверждение кажется проблематичным в связи с тем, что подвергается сомнению знакомство Стевина с работами Виета [Dijksterhuis, 1970, pp. 21-35; Malet, 1990]. Классическая интерпретация Клейном произошедших преобразований концепций числа и величины рисует этот процесс как индивидуальные достижения конкретных математиков. Такую историографическую парадигму часто именуют «платоновской», ведь, согласно ей, новаторские концепции как бы существуют в некой интеллектуальной реальности и снисходят на отдельных ученых. Так и в случае интерпретации Клейна: символическое понимание числа «снизошло» на Виета и Стевина. Безусловно, такая интерпретация слишком поверхностна; мы отлично понимаем, что интерес Клейна был связан прежде всего не с попыткой объяснить источники революционных преобразований, а с прослеживанием тех глобальных изменений математического знания, которые были инициированы этими преобразованиями. Вместе с тем, вопрос об источниках и предпосылках, сделавших возможными революцию в математике эпохи Возрождения, остается открытым.

Одним из таких источников, согласно Э. Малету [Malet, 1990], могут быть переводы классических греческих текстов в эпоху Возрождения, имевшие место накануне этих преобразований в концепции математического объекта: «Что касается предшественников новаторского представления Стевина о численных величинах, мы обратимся к влиятельным изданиям *Начал* Евклида в XVI в.: итальянское издание Тартальи (впервые напечатано в 1543 г., за которым последовало множество других изданий), английское издание Биллингсли с известным предисловием Джона Ди (1570 г.). Эти издания *Начал* XVI в. оказали основополагающее влияние на формирование математической практики XVI–XVII в. и были конститутивными для интеллектуального фона, окружающего эту практику. Именно эти переиздания сформировали «идеологическую» предпосылку возникновения символической концепции числа. Несмотря на то, что во всех изданиях *Начал* сохранено исходное разделение классических понятий дискретных целых чисел и непрерывных величин, переводы эпохи Возрождения придерживаются числового понимания непрерывной величины и на практике «переводят» большинство геометрических результатов на язык того, что в скором времени оформится в «геометрическую алгебру» [Ibid, p. 195].

Издания *Начал* XVI в. содержат явные ссылки на философию и идеальные формы Платона, но они также провозглашают применимость математики для всех видов технических практик. В этих текстах нет противопоставления Платоновской философии математики, сосредоточенной на абстрагировании и созерцании чистых форм и утилитарного понимания математики. Их авторы охотно отвлекаются на рассуждения об истории математики и вопросы философии математики и явно демонстрируют типично гуманистический интерес к улучшению искаженных версий классических текстов. Переиздания *Начал* в XVI в. подогревали интерес к постоянно растущему числу практических приложений математики и способствовали проникновению нового понимания числа и величины в математическую практику и практику преподавания математики. В частности, перечисленные выше издания *Начал* трактуют Книгу II как содержащую «геометрическую алгебру». Эти издания сформировали интеллектуальный ландшафт, сделавший возможным осуществленное Виетом и Стевином преобразование классических концепций величины и числа в современную символическую концепцию.

Значительную роль по формированию культурных и интеллектуальных условий, сделавших возможной трансформаций концепций числа и величины, создает культурно-исторический фон эпохи Возрождения. Подчеркивание полезности математики в решении технических, инженерных, коммерческих задач, содержащееся в переизданиях *Начал* XVI в., способствовало внедрению как можно большего количества видов числа для решения практических задач. Лейтмотивом переизданий *Начал* была типичная для эпохи Возрождения идеология очищения классических текстов от допущенных непосредственными предшественниками искажений и ошибок и ожидание новых перспектив от «возрожденного знания». «Математический гуманизм», присущий переизданиям *Начал*, требовал, помимо очищения текстов от схоластических ошибок, еще и использования их для решения новых потребностей математики эпохи Возрождения. Таким образом, переиздания оказались мотивированы не соображениями исторического пуризма, требующего воссоздания классических текстов в первоначальной форме, а, скорее, демонстрацией того, что неоспоримые классические достижения греческой математики могут быть использованы для решения принципиально новых, как математических, так и практических задач. Непременным условием реализации этой идеологии оказался переход от классической концепции числа к символической.

Разработанные Виетом и Стевином на волне этих преобразований символические концепции числа и величины позволили перейти к символической нотации, предавшей математике ее современный вид. Всеобъемлющее исследование формирования символьного языка математики не может ограничиться исключительно историческим подходом. Формирующаяся символьная нотация имела явное эпистемологическое значение. Ф. Каджори [Cajori, 1993] дал, видимо, исчерпывающую историческую интерпретацию формирования символьной нотации. Он невероятно подробно исследует появление и эволюцию обозначений математических концепций, отмечая мельчайшие изменения. Но в связи с тем, что его интересует исключительно историческая последовательность смены обозначений, философская значимость процесса оставлена им за пределами исследования.

Разработка символьной концепции числа в XVII в., среди прочего, центральными для математики сделала символьные концепции переменной, неизвестного, подстановки и схемы. Создание такого языка предполагает возможным трактовать манипуляции с символами как операции с объектами, существенно конституированными принятой нотацией. Таким образом, создание символьной нотации позволило получить средство конструирования новых объектов математического знания, существенно расширив и преобразовав математическую практику. Но это преобразование основных концепций математики, математической нотации и объектов математической практики оказалось возможным в результате совершенно незаметных изменений классических математических концепций при переизданиях *Начал* Евклида в XVI в.

Список литературы / References

Bos, H. J. M. (2001). *Redefining Geometrical Exactness*. New York, Springer. DOI: 10.1007/978-1-4613-0087-8

Cajori, F. (1993). *A History of Mathematical Notations*. Vol.1-2. Dover Publication's, INC. Mineola. New York.

Dijksterhuis, E. J. (1970). *Simon Stevin. Science in the Netherlands around 1600.* Martinus Nijhoff, The Hague. Netherlands. DOI: 10.1007/978-94-010-3207-0

Klein, J. (1992). *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra.* New York, Dover Publications.

Malet, A. (1990). Changing notions of proportionality in pre-modern mathematics. *Asclepio.* Vol. 42. pp. 183-211.

Сведения об авторе / Information about the author

Хлебалин Александр Валерьевич – кандидат философских наук, зам. директора по научной работе Института философии и права Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск, Николаева 8. e-mail: sasha_khl@mail.ru. ORCID ID: 0000-0002-3536-3974.

Целищев Виталий Валентинович – доктор философских наук, профессор, научный руководитель Института философии и права Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск, Николаева 8. e-mail: leitval@gmail.com.

Статья поступила в редакцию 10.09.2020
После доработки 18.09.2020
Принята к публикации 28.09.2020

Khlebalin Aleksandr – Candidate of Philosophy, Deputy Director for Research, Institute of Philosophy and Law of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, 8, Nikolaeva Str. e-mail: sasha_khl@mail.ru. ORCID ID: 0000-0002-3536-3974.

Tselishchev Vitaly – Doctor of Philosophy, Professor, Scientific Director of the Institute of Philosophy and Law of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, 8, Nikolaeva Str. e-mail: leitval@gmail.com.

The paper was submitted 10.09.2020
Received after reworking 18.09.2020
Accepted for publication 28.09.2020